Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Учебно-исследовательская работа №2 (УИР 2)**

**“Марковские модели систем массового обслуживания”**

по дисциплине “Моделирование”

Выполнили:

Студенты группы P3334

Баянов Р. Д.

Кузнецов Д. A.

Вариант: 3/8/34

Преподаватель:

Авксентьева Е. Ю.

Санкт-Петербург

2024 г.

**Содержание**

[Цель работы 3](#_Toc180479008)

[Постановка задачи и исходные данные 4](#_Toc180479009)

[Описание исследуемых систем 5](#_Toc180479010)

[Перечень состояний марковского процесса для исследуемых систем 7](#_Toc180479011)

[Размеченные графы переходов марковского процесса 8](#_Toc180479012)

[Матрицы интенсивностей переходов 9](#_Toc180479013)

[Значения станционарных вероятностей 11](#_Toc180479014)

[Формулы, используемые для расчёта характеристик систем и значения характеристик систем 12](#_Toc180479015)

[Результаты (графики и выводы) сравнительного анализа характеристик функционирования исследуемых систем 14](#_Toc180479016)

[Вывод 15](#_Toc180479017)

Цель работы

Изучение метода марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей – систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

Постановка задачи и исходные данные

Разработать и рассчитать марковские модели одно- и многоканальных СМО с однородным потоком заявок и выбрать наилучший вариант построения СМО в соответствии с заданным критерием эффективности.

В процессе исследований для расчета характеристик функционирования СМО использовать программу MARK.

Вариант: 3/8/34

*Таблица 1 – Параметры структурной и функциональной организации систем.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | СИСТЕМА\_1 | | СИСТЕМА\_2 | | Критерий эффективности |
| П | ЕН | П | ЕН |
| 3/8 | 2 | 3/0 | 1(H2,4) | 3 | в) |

Так как – нечётное число, то вариант для критерия эффективности выбирается по .

в) – максимальная загрузка системы.

Обозначения в таблице 1:

**П** – число обслуживающих приборов в системе;

**П (Ek)** – в одном из **Приборов** (любом) длительность обслуживания разделена по закону Эрланга k-го порядка;

**П ()** – в одном из **Приборов** (любом) длительность обслуживания распределена по гиперэкспоненциальному закону с коэффициентом вариации, равным ;

**ЕН** – **Ёмкости Накопителей: X/Y/Z** (X – перед первым прибором, Y – перед вторым прибором и Z – перед третьим прибором);

*Таблица 2 – Параметры нагрузки.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Интенс. потока | Ср. длит. обслуж. | Вероятности занятия прибора … | | |
|  | , c | П1 | П2 | П3 |
| 34 | 0,9 | 2 | 0,55 | 0,15 | 0,3 |

*в случае двухканальной СМО вероятность занятия прибора П1 выбирается из табл.2, а вероятность занятия прибора П2 принимается равной сумме вероятностей занятия приборов П2 и П3*

Описание исследуемых систем

Для обоих систем интенсивность обслуживания – 0,9 1/c, время обслуживания – 2 с.

**Система 1:** Система обладает 2 приборами. В обоих приборах время обслуживания распределено по экспоненциальному распределению. Система имеет одну очередь, длиной 3, относящуюся к первому прибору, в то время как у второго прибора нет своей очереди. Как только какой-то из приборов освобождается заявка направляется по принципу 0,55 на первый прибор вероятность и 0,15 + 0,3 = 0,45 на второй прибор. Если прибор с номером 2 занят, но именно на него пришла заявка, то эта заявка отбрасывается, то же происходит, если очередь в приборе 1 переполнена, и заявка пришла на первый прибор.

**Графическое представления системы 1:**

**Изображение выглядит как снимок экрана, диаграмма, черный, линия

Автоматически созданное описание**

**Система 2:** Система обладает 1 прибором. И время обслуживания этого одного прибора распределено по гиперэкспоненциальному распределению с коэффициентом вариации 2,4. Также эта система обладает очередью длиной 3. Заявки, отправленные на эту систему, скапливаются в очереди и так как прибор всего один в системе, то вероятность обработки заявки именно этим прибором равна 1. Если очередь заполнена, то заявка будет просто отброшена. Как мы знаем, если время обслуживания прибора распределено по гиперэкспоненциальному распределению, то это значит, что заявка может обрабатываться по одному из двух экспоненциальных распределений (по одной из двух фаз), время обслуживаний и интенсивность (b1 и b2), которых вычисляется с помощью коэффициента вариации этого гиперэкспоненциального распределения, а именно 2,4. Также вычислим вероятность попадания заявки в ту или иную фазу (q). Две заявки в приборе не может находиться, поэтому если в одной фазе есть заявка, то вторая пустует.

**Расчёт параметров для ГЭР с помощью коэффициента вариации:**

**Графическое представление системы 2:**

**Изображение выглядит как снимок экрана, диаграмма, астрономия

Автоматически созданное описание**

Перечень состояний марковского процесса для исследуемых систем

*Таблица 3 – перечень состояний для двух систему*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер состояния | Система 1 | Система 2 |
|  |  |
| E0 | (0/0/0) | (0/0/0) |
| E1 | (1/0/0) | (1/0/0) |
| E2 | (0/1/0) | (1/0/1) |
| E3 | (1/1/0) | (1/0/2) |
| E4 | (1/1/1) | (1/0/3) |
| E5 | (1/1/2) | (0/1/0) |
| E6 | (1/1/3) | (0/1/1) |
| E7 | - | (0/1/2) |
| E8 | - | (0/1/3) |

Обозначения для таблицы:

– состояние системы

– прибор (0 – заявка отсутствует, 1 – заявка присутствует в приборе)

– прибор с двумя фазами работы (гиперэкспоненциальное распределение), где k – номер прибора, l – номер фазы.

– кол-во заявок в очереди, где k – обозначение номера прибора, к которому эта очередь относится.

– общая очередь

0 означает, что в элементе системы нет заявки, 1 означает, что в элементе есть заявка.

Размеченные графы переходов марковского процесса

**Размеченный граф для системы 1:**

Изображение выглядит как снимок экрана, текст, круг, диаграмма

Автоматически созданное описание

Обозначения для графа:

**Размеченный граф для системы 2:**

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, Шрифт

Автоматически созданное описание**

Обозначения для графа:

Матрицы интенсивностей переходов

Воспользуемся программой MARK для изображения матрицы интенсивности переходов. Но перед этим рассчитаем все интенсивности процессов, чтобы было удобнее занести их в программу.

**Матрица интенсивности для системы 1:**

**Изображение выглядит как текст, число, программное обеспечение, линия

Автоматически созданное описание**

**Матрица интенсивности для системы 2:**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, число, линия

Автоматически созданное описание

Значения станционарных вероятностей

*Таблица 4 – значения станционарных вероятностей для систем*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер состояния | Система 1 | | Система 2 | |
| Обозначение | Вероятность | Обозначение | Вероятность |
| 0 | (0/0/0) | 0.0812 | (0/0/0) | 0.0001 |
| 1 | (1/0/0) | 0.0804 | (1/0/0) | 0.0003 |
| 2 | (0/1/0) | 0.0657 | (1/0/1) | 0.0006 |
| 3 | (1/1/0) | 0.0651 | (1/0/2) | 0.0019 |
| 4 | (1/1/1) | 0.1172 | (1/0/3) | 0.0036 |
| 5 | (1/1/2) | 0.2109 | (0/1/0) | 0.0118 |
| 6 | (1/1/3) | 0.3796 | (0/1/1) | 0.0221 |
| 7 | - | - | (0/1/2) | 0.8689 |
| 8 | - | - | (0/1/3) | 0.0907 |

Формулы, используемые для расчёта характеристик систем и значения характеристик систем

*Таблица 5 – формулы и расчёты характеристик*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Номер системы | Прибор | Расчётная формула | Система 1 | Система 2 |
| Нагрузка | 1 | П1 | - | - | - |
| П2 | - | - | - |
| Вся система |  | 1.8 | - |
| 2 | П11 |  | - | 0.01098 |
| П22 |  | - | 0.1971 |
| Вся система |  | - | 0.20808 |
| Загрузка | 1 | П1 |  | 0.8531 | - |
| П2 |  | 0.8384 | - |
| Вся система |  | 0.84575 | - |
| 2 | П11 |  | - | 0.0064 |
| П22 |  | - | 0.9935 |
| Вся система |  | - | 0.49995 |
| Длина очереди | 1 | П1 | - | - | - |
| П2 | - | - | - |
| Вся система |  | 1.6778 | - |
| *2* | *П11* | - | - | - |
| П22 | - | - | - |
| Вся система |  | - | 2.0472 |
| Число заявок | 1 | П1 |  | 3,0804 | - |
| П2 |  | 0,0657 | - |
| Вся система |  | 3,1461 | - |
| 2 | П11 | - | - | - |
| П22 | - | - | - |
| Вся система | m = m1+m2+l = p1+p2+l | - | 3,1461 |
| Время ожидания | 1 | П1 |  | 3,33 | - |
| П2 | 0 | 0 | - |
| Вся система |  | 3,33 | - |
| 2 | П11 | - | - | - |
| П22 | - | - | - |
| Вся система |  | - | 3,33 |
| Время пребывания | 1 | П1 |  | 3,423 | - |
| П2 |  | 0.073 | - |
| Вся система |  | 3,496 | - |
| 2 | П11 | - | - | - |
| П22 | - | - | - |
| Вся система |  | - | 3,4956 |
| Вероятность потери | 1 | П1 |  | 0.3796 | - |
| П2 |  | 0.8385 | - |
| Вся система |  | 1.2181 | - |
| 2 | П11 | - | - | - |
| П22 | - | - | - |
| Вся система |  | - | 1.0188 |
| Производительность | 1 | П1 | λ 1 ' =λ∗p1, 1∗(1−π 1 ) | 0.0462 | - |
| П2 | λ 2 ' =λ∗p1 ,2∗(1−π2 ) | 0.0300 | - |
| Вся система | λ '=λ∗(1−π) | 0.1137 | - |
| 2 | П11 | - | - | - |
| П22 | - | - | - |
| Вся система | λ '=λ∗(1−π) | - | 0.0997 |

Результаты (графики и выводы) сравнительного анализа характеристик функционирования исследуемых систем

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Нагрузка | Загрузка | Длина очереди | Число заявок | Время ожидания | Время пребывания | Вероятность потери | Производительность |
| Система 1 | 1.8 | 0.84575 | 1.6778 | 3,1461 | 3,33 | 3,496 | 1.2181 | 0.1137 |
| Система 2 | 0.20808 | 0.49995 | 2.0472 | 3,1461 | 3,33 | 3,496 | 1.0188 | 0.0997 |

**График сравнения характеристик систем:**

**Ряд1 – первая система, ряд2 – вторая система**

Вывод

Выполнив данную лабораторную работу, мы провели сравнение двух построений СМО. Вычислили самые разные характеристики, построили графы процессов, изобразили матрицы интенсивности, но самое главное мы обнаружили характеристическую разницу между двумя системами. А именно, самое главное для нас – это максимальная нагрузка системы. Эта величина для первой системы равна 0.84575, а для второй системы 0.49995. Это колоссальная разница, и она говорит нам то, что вторая система крайне часто находится в простое и не занимается работой. Чего не скажешь о первой. Следовательно, мы выбираем первую систему, так как она имеет выше коэффициент загрузки.